Модель ядерных оболочек

Модели ядра можно разбить на два больших класса – **микроскопические** (рассматривающие поведение отдельных нуклонов в ядре) и **коллективные** (расматривающие согласованное движение больших групп нуклонов в ядре). Среди микроскопических моделей выделяется **модель оболочек**. Она во многом аналогична модели атомных оболочек, но имеет от неё ряд принципиальных отличий.

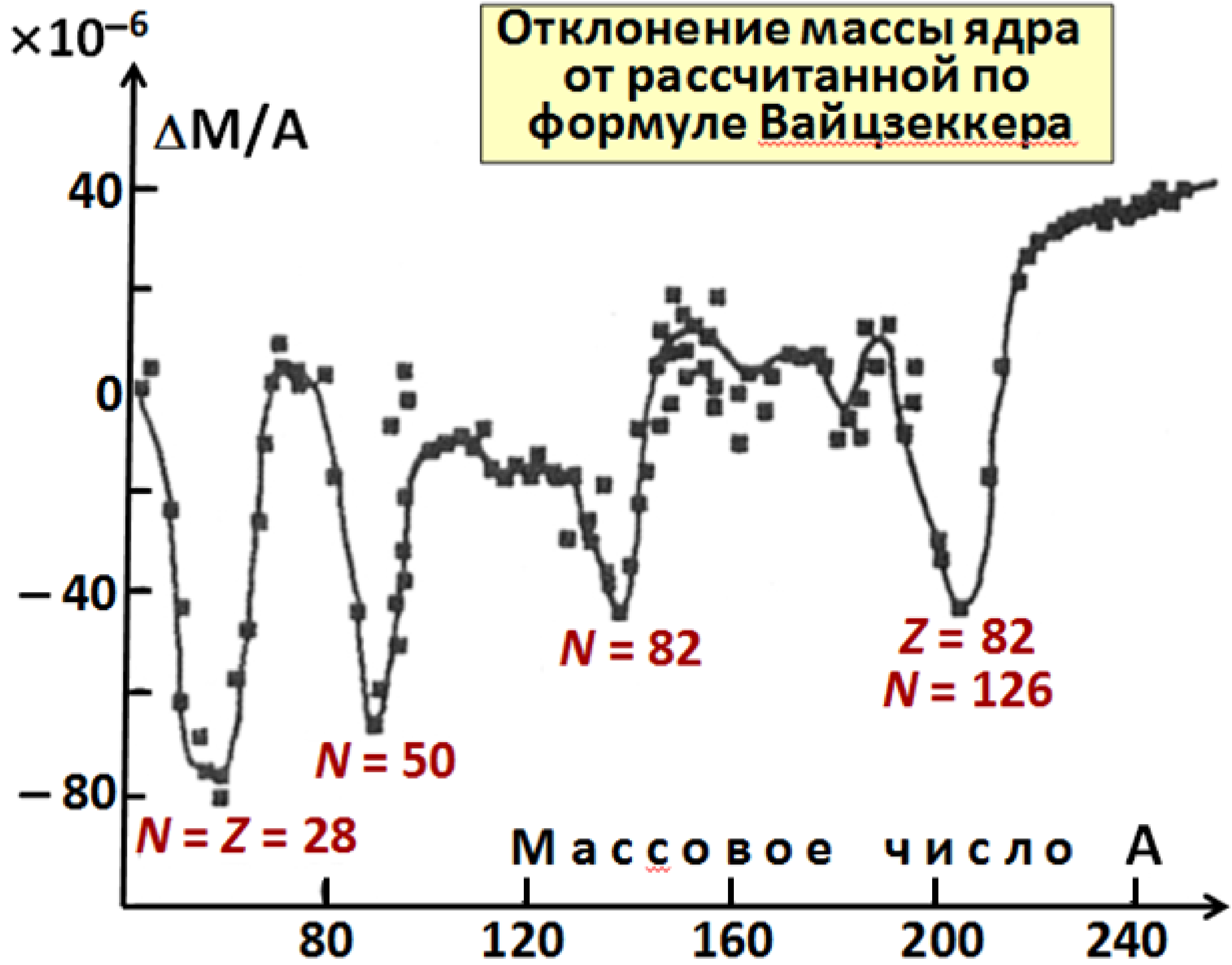
Модель ядерных оболочек была сформулирована в **1949 г.** В **1953 г.** за создание этой модели **Мария Гепперт-Майер** и **Ханс Йенсен** были удостоены **Нобелевской премии**.

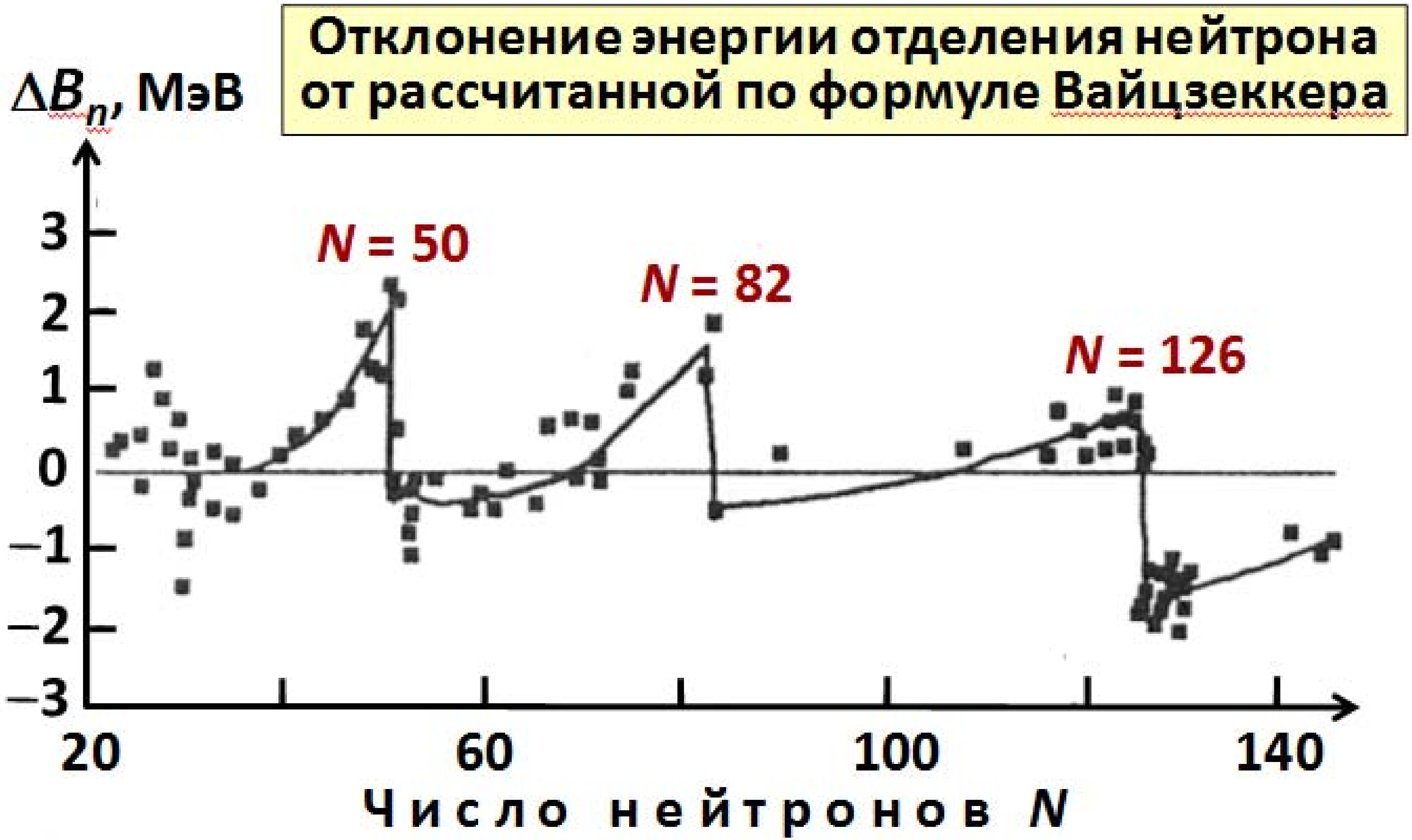
Основной факт, подтверждающий оболочечное строение ядра, это «магические числа» нуклонов. Ядра, у которых число нейтронов или протонов равно этим числам, обладают повышенной устойчивостью и распространённостью.

Магические числа нуклонов:
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

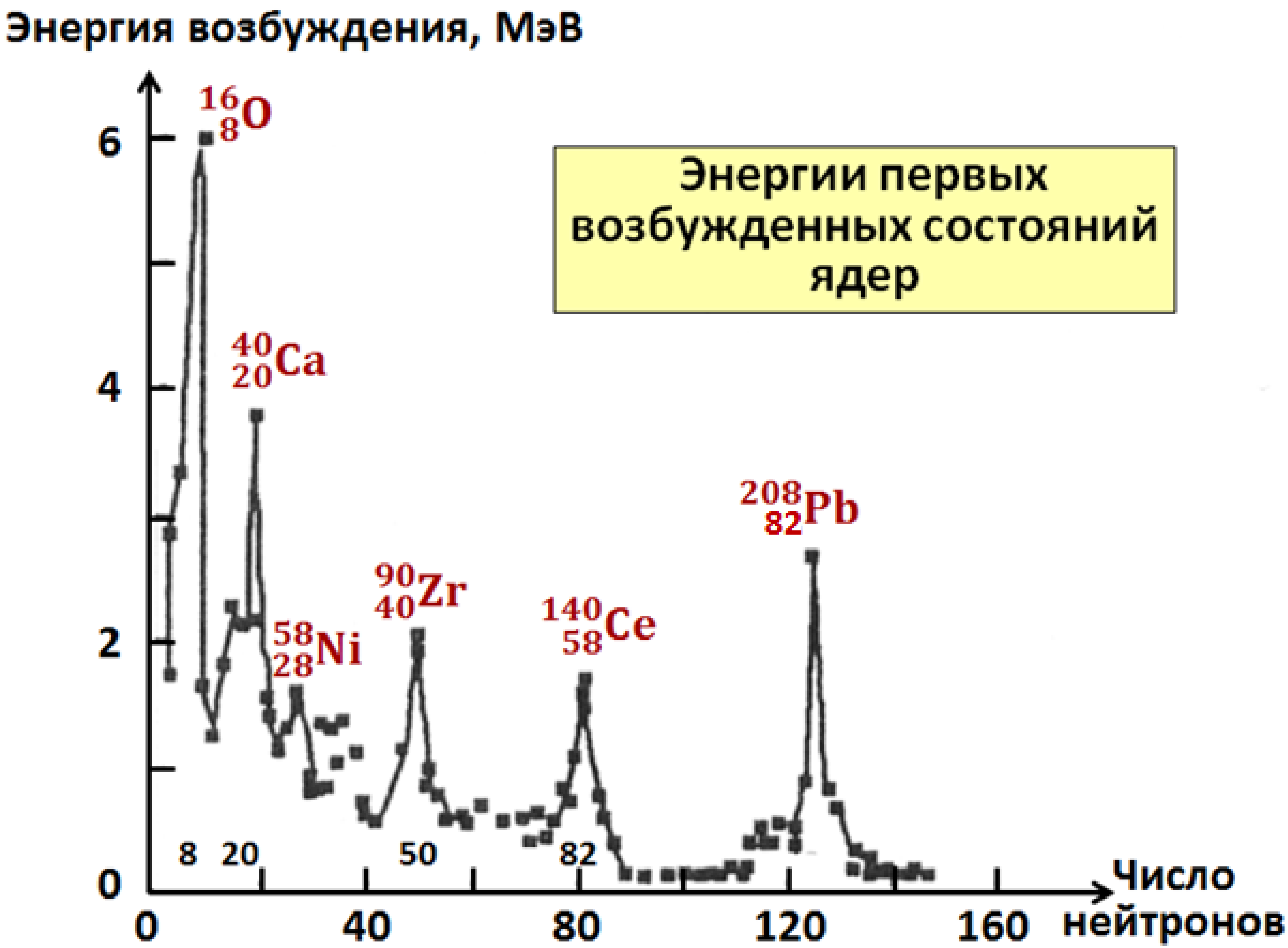
Магическим числам нуклонов отвечают ядра с заполненными нуклонными оболочками, имеющие особую устойчивость, подобно атомам благородных газов с заполненными атомными оболочками.

Экспериментальные данные, подтверждающие наличие магических ядер:

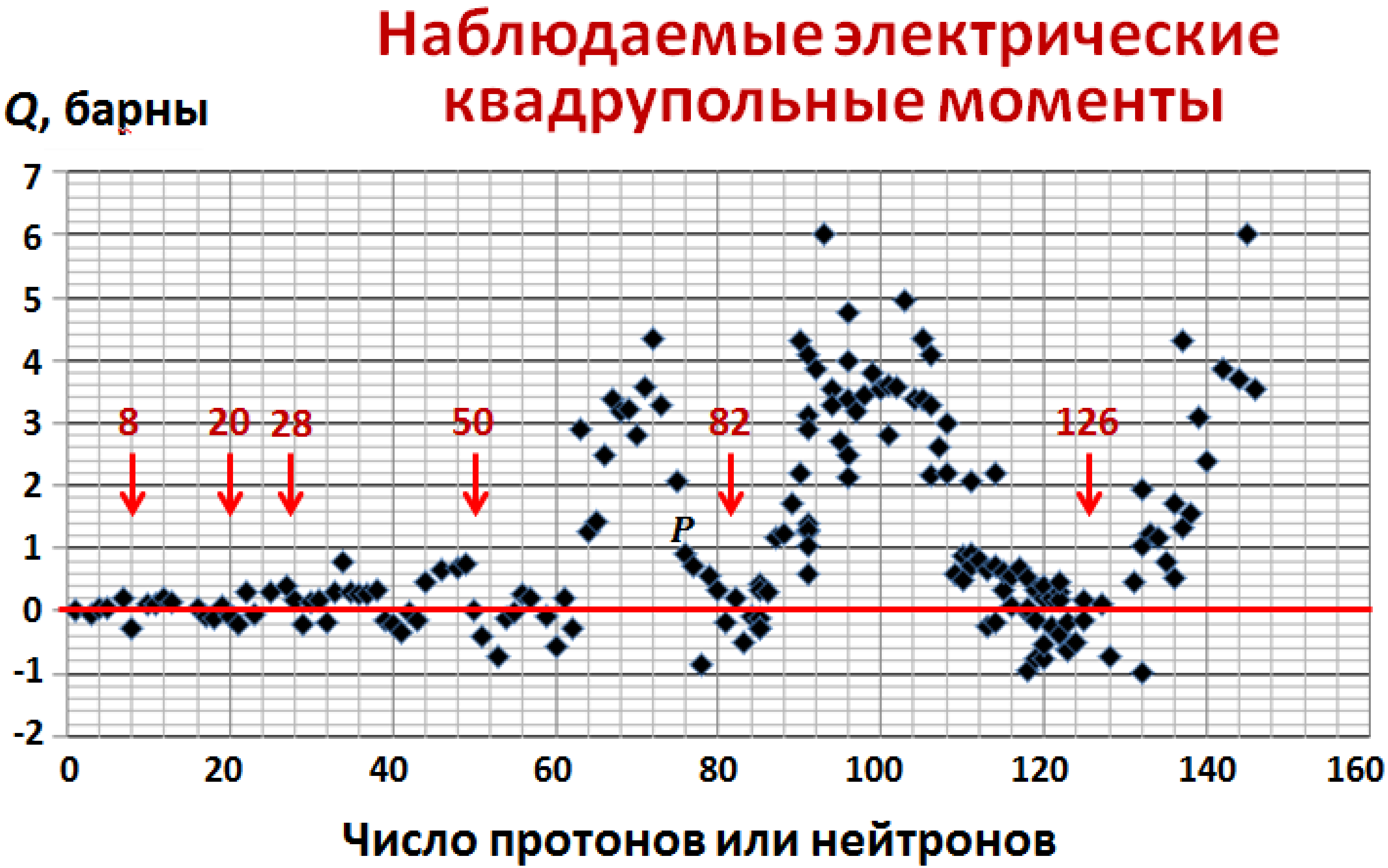

Отклонение массы ядра от рассчитанной по формуле Вайцзеккера
×10⁻⁶
ΔM/A
40
0
−40
−80
N = Z = 28
N = 50
N = 82
Z = 82
N = 126
Массовое число A
80
120
160
200
240



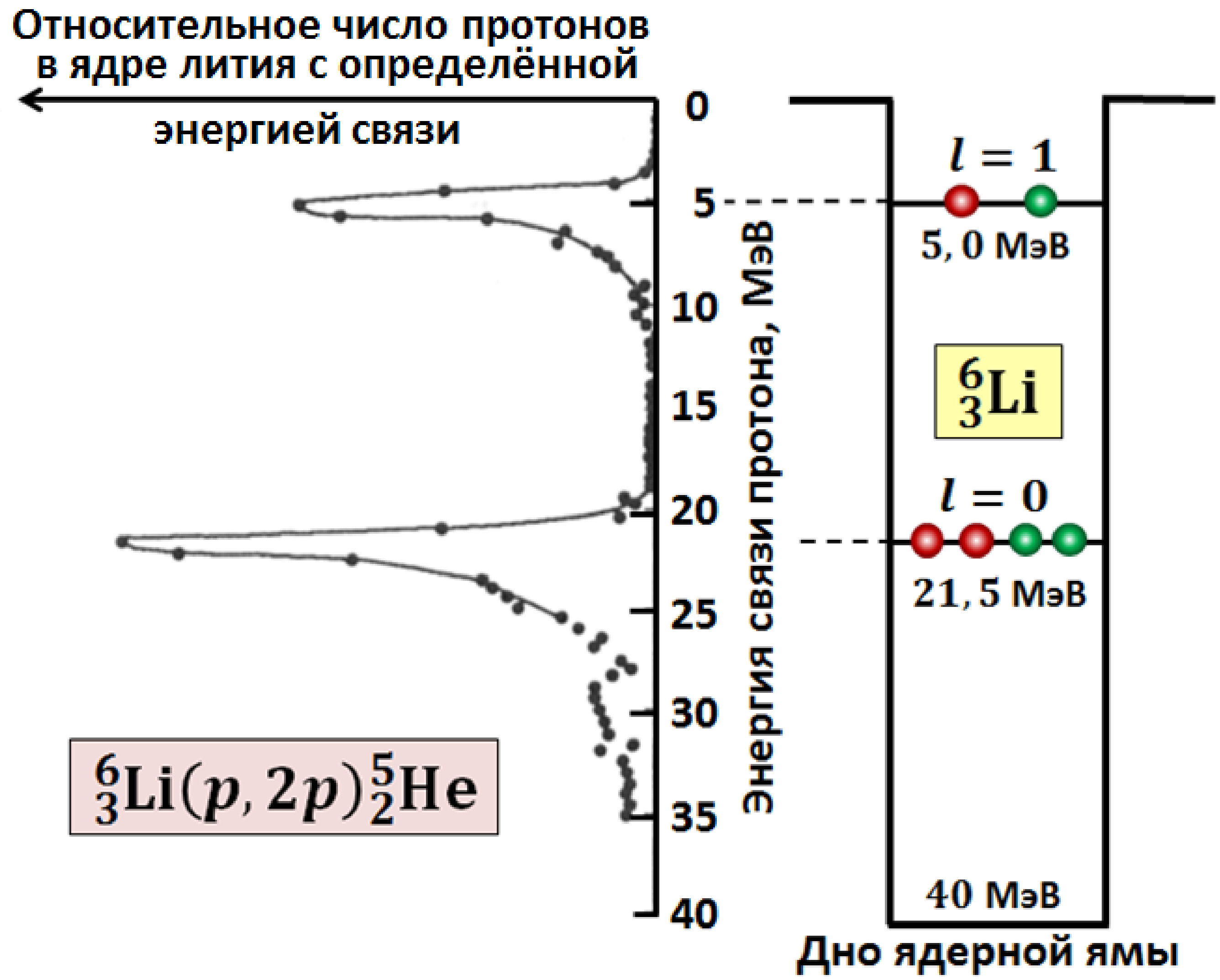
Отклонение энергии отделения нейтрона от рассчитанной по формуле Вайцзеккера
ΔBn, МэВ
3
2
1
0
−1
−2
−3
N = 50
N = 82
N = 126
20
60
100
140
Число нейтронов N


Энергия возбуждения, МэВ
Энергии первых возбужденных состояний ядер
$^{16}_{8}O$
$^{40}_{20}Ca$
$^{58}_{28}Ni$
$^{90}_{40}Zr$
$^{140}_{58}Ce$
$^{208}_{82}Pb$
6
4
2
0
8
20
50
82
0
40
80
120
160
Число нейтронов

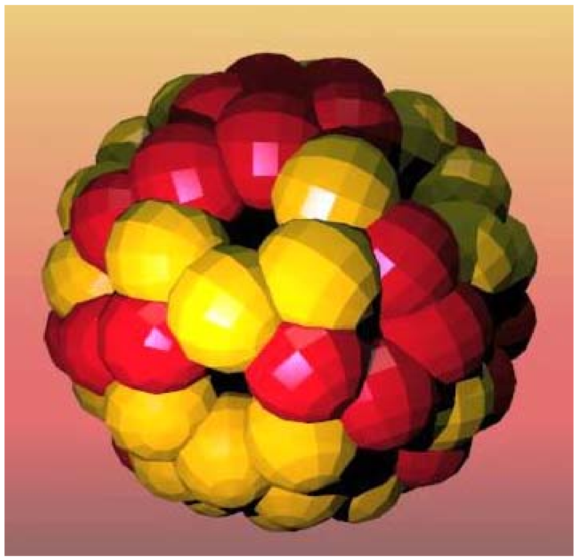
Данные, показывающие, что магические ядра сферические

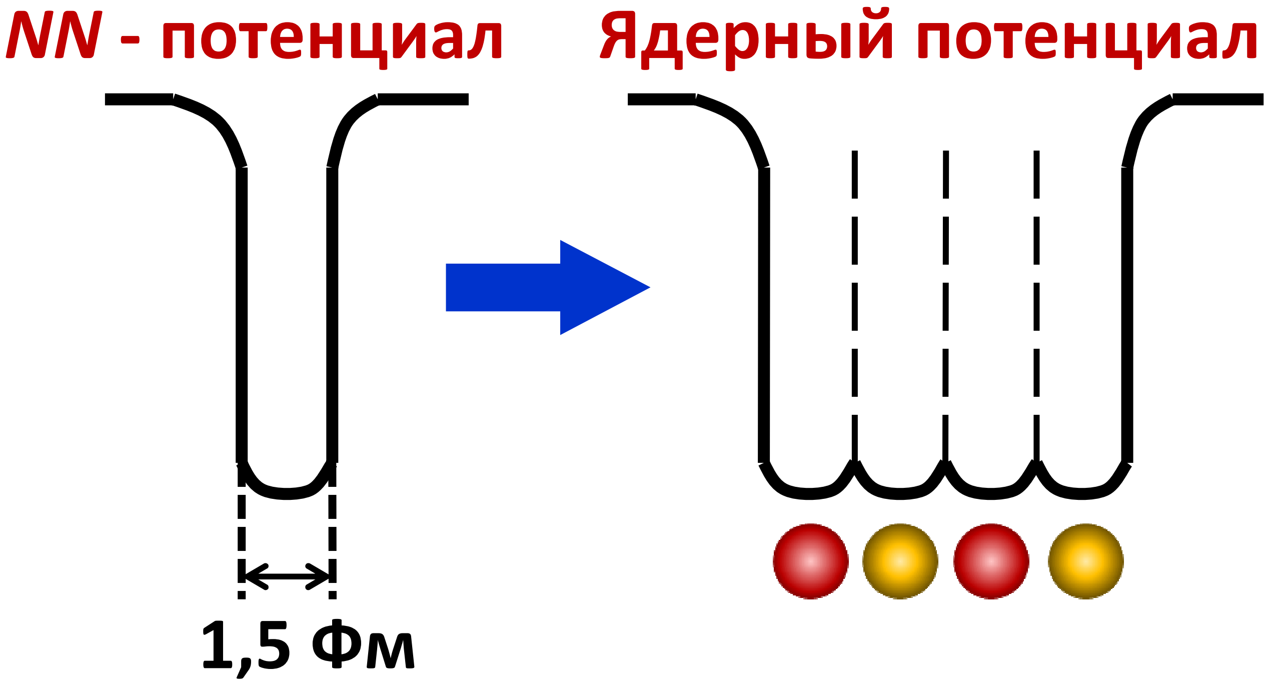


Эксперимент доказывающий существование в ядре $^6_3$Li двух нуклонных состояний (оболочек) с $l = 0$ и $l = 1$

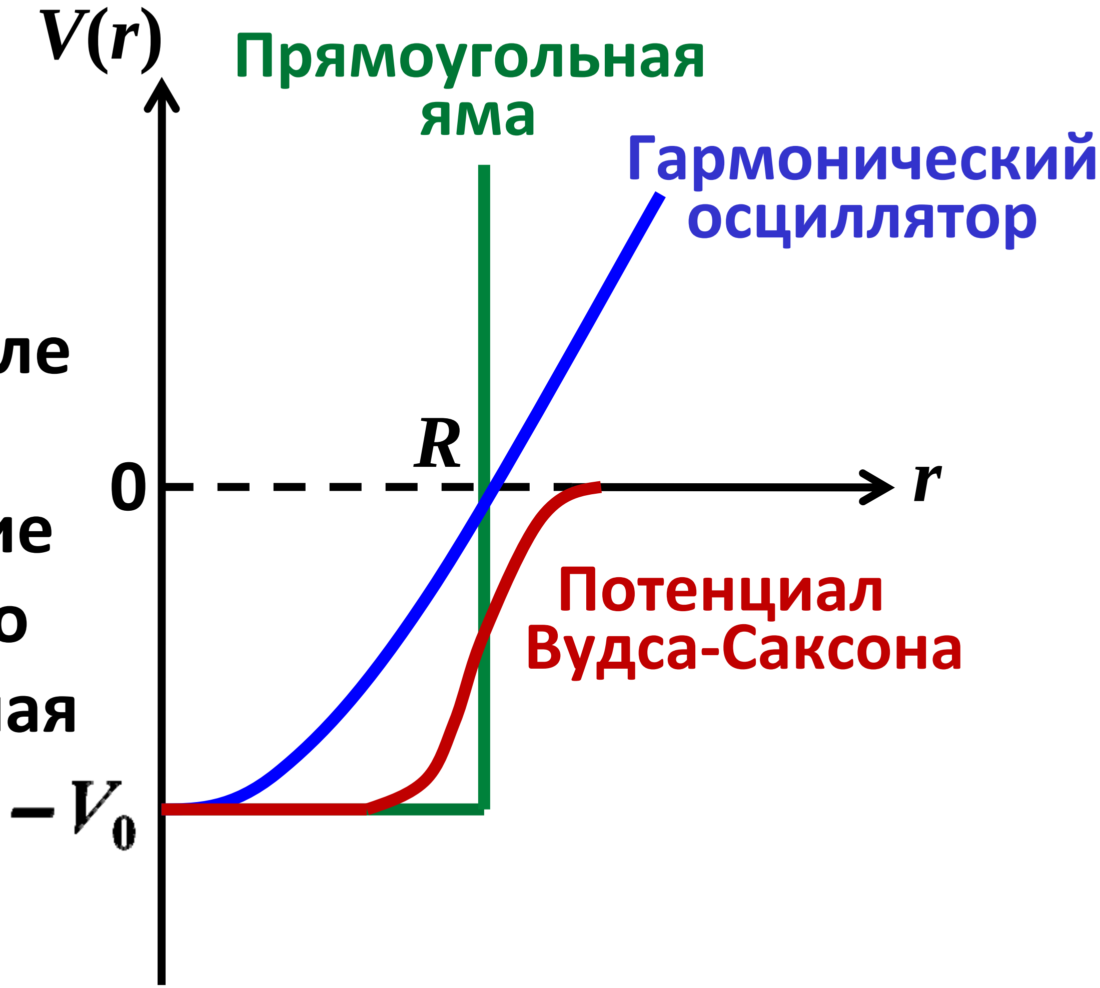


Возможность введения модели оболочек для ядра означает, что многочастичная ядерная задача допускает такую переформулировку, при которой усреднение отдельных короткодействующих межнуклонных потенциалов внутри ядра приводит к возникновению почти одинакового для всех нуклонов потенциала притяжения (яме), причём нуклоны в этой яме можно приближённо рассматривать как независимые частицы.





Нуклоны считаются независимыми в общем (одинаковом) сферическом потенциале и достаточно решить стационарное уравнение Шредингера для одного нуклона. Многочастичная задача превращается в одночастичную.



Гармонический осциллятор:

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}M\omega^2 r^2$$

Потенциал Вудса-Саксона:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$V_0 \approx 50$ МэВ,
$a \approx 0{,}55$ Фм

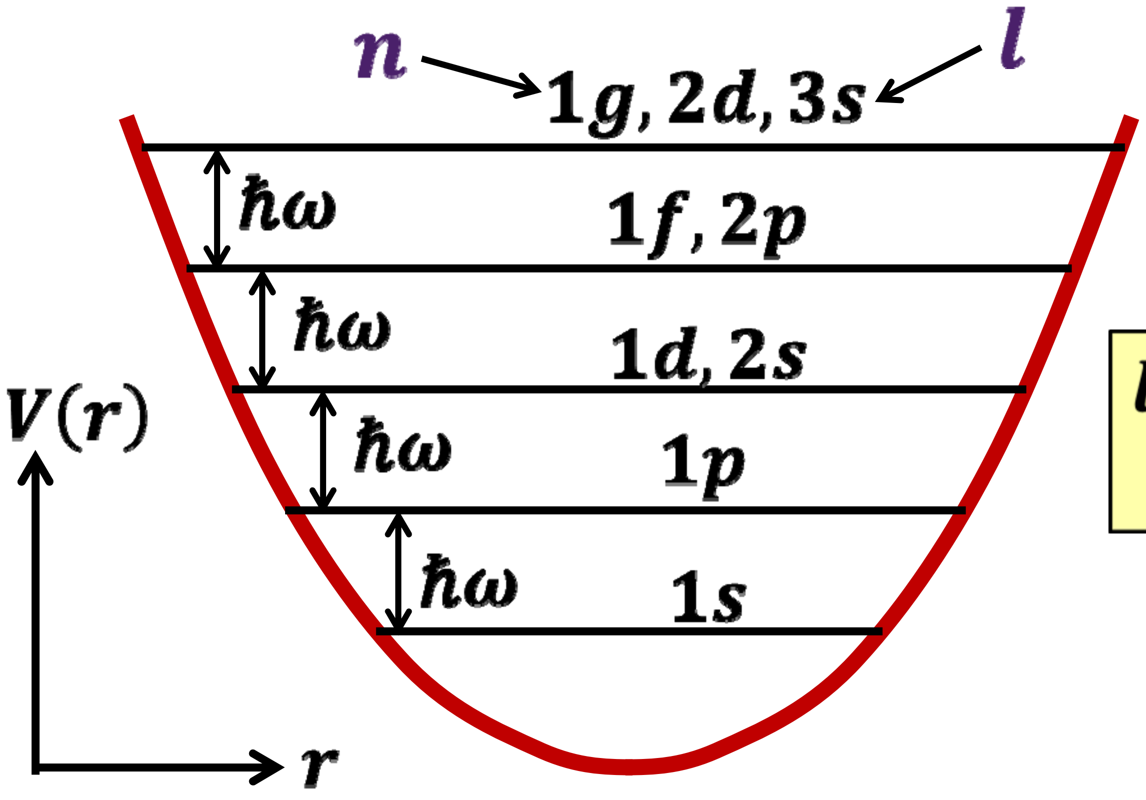
Стационарное уравнение Шредингера для одного нуклона в сферическом потенциале $V(r)$:

$$\hat{H}\psi(r) = \left[\frac{\hat{p}^2}{2M} + V(r)\right]\psi(r) = E \cdot \psi(r),$$

где $\hat{p}^2 = -\hbar^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ – оператор квадрата импульса нуклона, M – его масса, а E –энергия.

В сферическом потенциале состояние частицы (нуклона) характеризуется определённым орбитальным моментом – сохраняющимся квантовым числом l. С ростом энергии частицы одно и то же значение l встречается у неё вновь и вновь. Порядковый номер появления у частицы состояния с одним и тем же l с ростом энергии называют радиальным квантовым числом n. Таким образом, любое состояние частицы (и её волновая функция ψ в сферическом поле) характеризуется двумя целыми числами n и l: $\psi \equiv \psi_{nl}$.

Уровни трёхмерного гармонического осциллятора



$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$$
$$s, p, d, f, g, h, i, \ldots$$

Уровни гармонического осциллятора эквидистантны. Расстояние между ними даётся выражением:

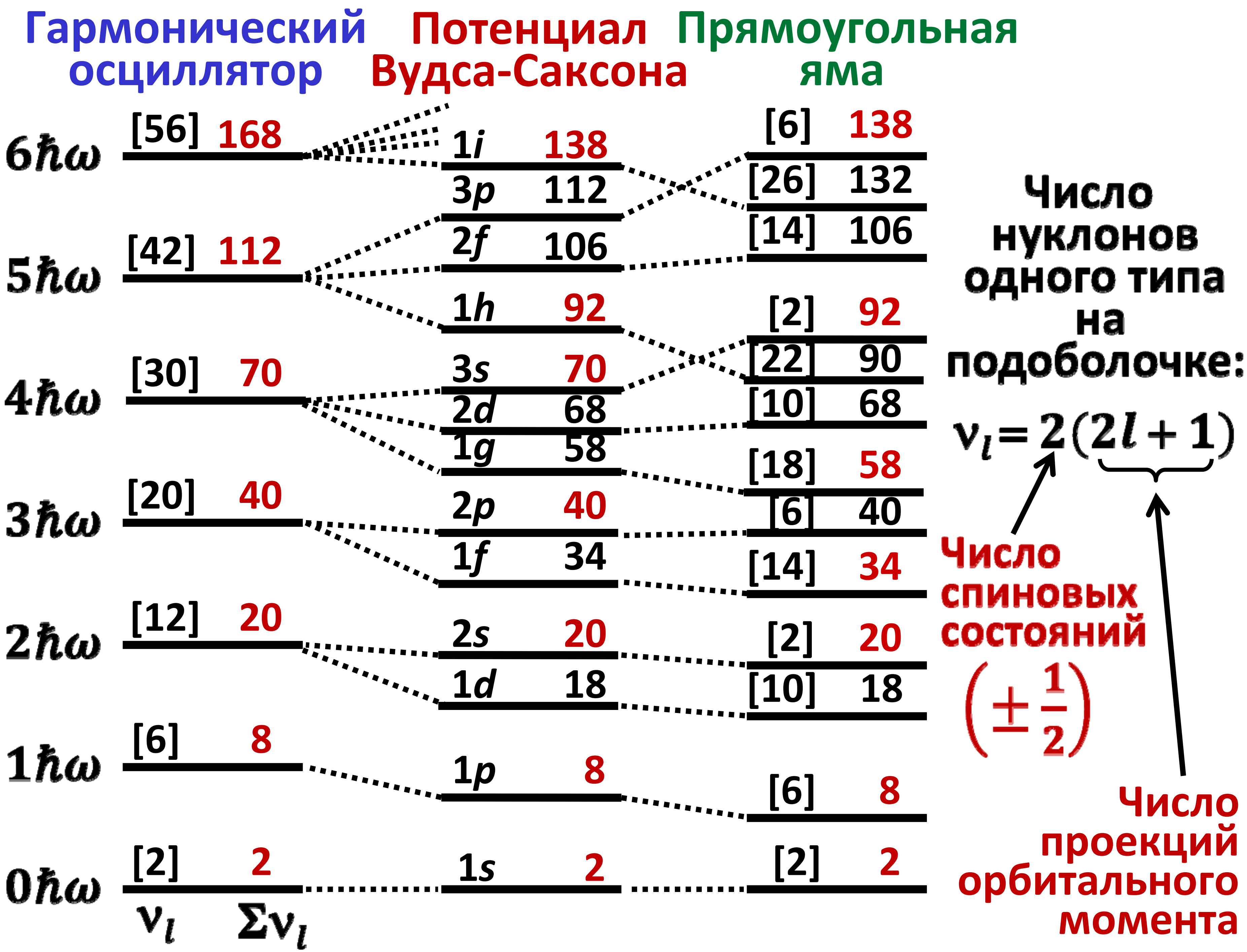
$$\hbar\omega = \left(\frac{2V_0\hbar^2}{MR^2}\right)^{1/2} \approx (41 \div 42)A^{-1/3}\text{МэВ}$$

Заполнение одночастичных уровней (подоболочек) нуклонами происходит в соответствии принципом Паули. В основном состоянии заняты самые нижние уровни. При этом одночастичные уровни для протонов и нейтронов заселяются независимо. Число нуклонов одного типа на подоболочке даётся формулой

$$\nu_l = 2(2l + 1),$$

где $(2l + 1)$ – число ориентаций вектора $\vec{l}$,

а 2 – число ориентаций спина нуклона $\vec{s} = \frac{\vec{1}}{2}$.



Гармонический осциллятор
Потенциал Вудса-Саксона
Прямоугольная яма
6ħω [56] 168
5ħω [42] 112
4ħω [30] 70
3ħω [20] 40
2ħω [12] 20
1ħω [6] 8
0ħω [2] 2
ν_l Σν_l
1i 138
3p 112
2f 106
1h 92
3s 70
2d 68
1g 58
2p 40
1f 34
2s 20
1d 18
1p 8
1s 2
[6] 138
[26] 132
[14] 106
[2] 92
[22] 90
[10] 68
[18] 58
[6] 40
[14] 34
[2] 20
[10] 18
[6] 8
[2] 2
Число нуклонов одного типа на подоболочке:
$\nu_l = 2\underbrace{(2l+1)}$
Число спиновых состояний $\left(\pm\frac{1}{2}\right)$
Число проекций орбитального момента

Роль спин-орбитальных сил в формировании ядерной модели оболочек

Для объяснения магических чисел необходимо учитывать спин-орбитальную составляющую нуклон-нуклонных сил. Нуклон сильнее взаимодействует с другими нуклонами, если его спин $\vec{s}$ и орбитальный момент $\vec{l}$ направлены в одну сторону. С учётом этой ls-составляющей потенциал, в котором находится ядерный нуклон, имеет вид:

$$U(r) = V(r) + a \cdot \vec{l}\vec{s}.$$

Здесь $V(r)$ – ядерный потенциал притяжения – потенциальная яма глубиной ≈ 50 МэВ, а $a < 0$ – константа, величина которой единицы МэВ.

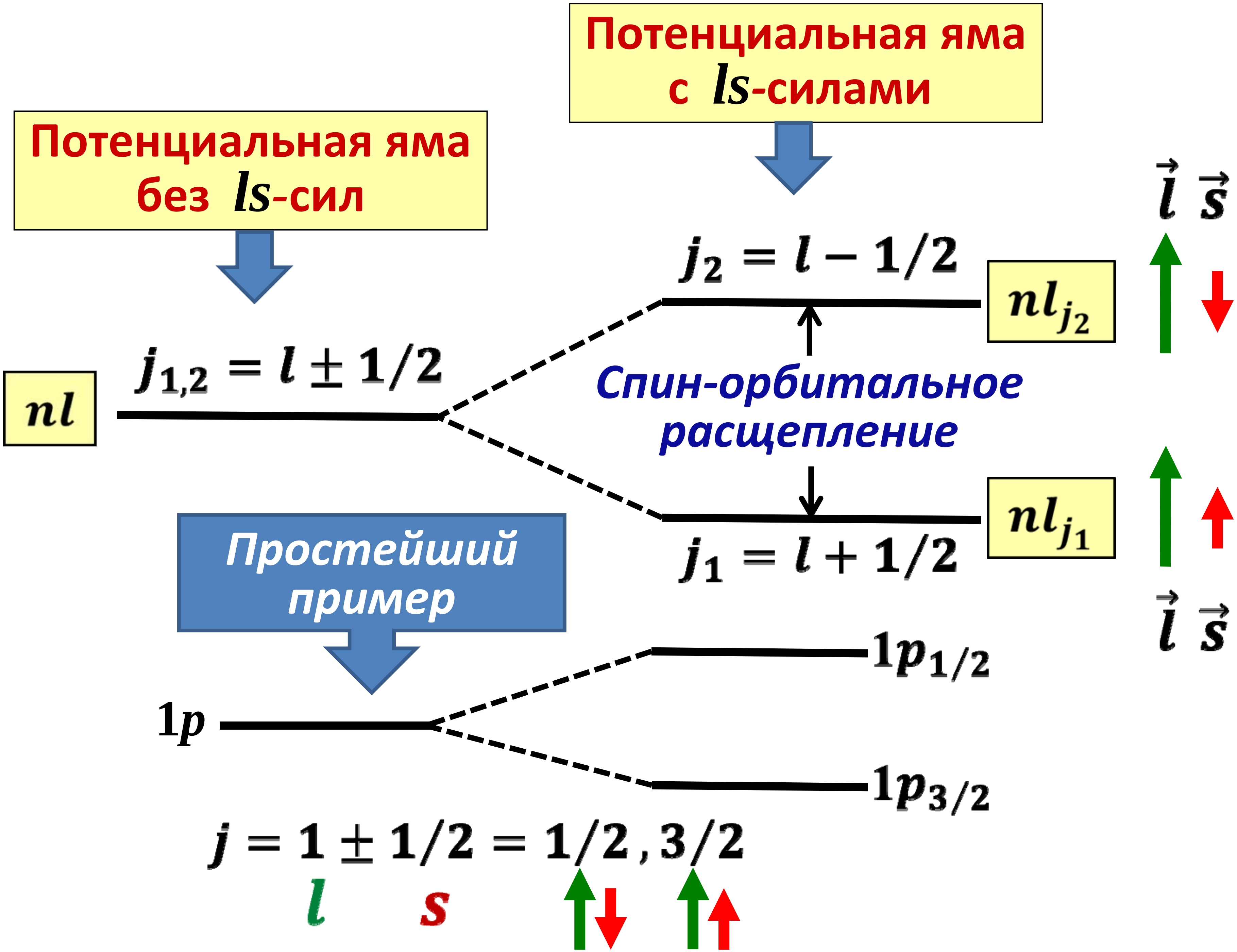
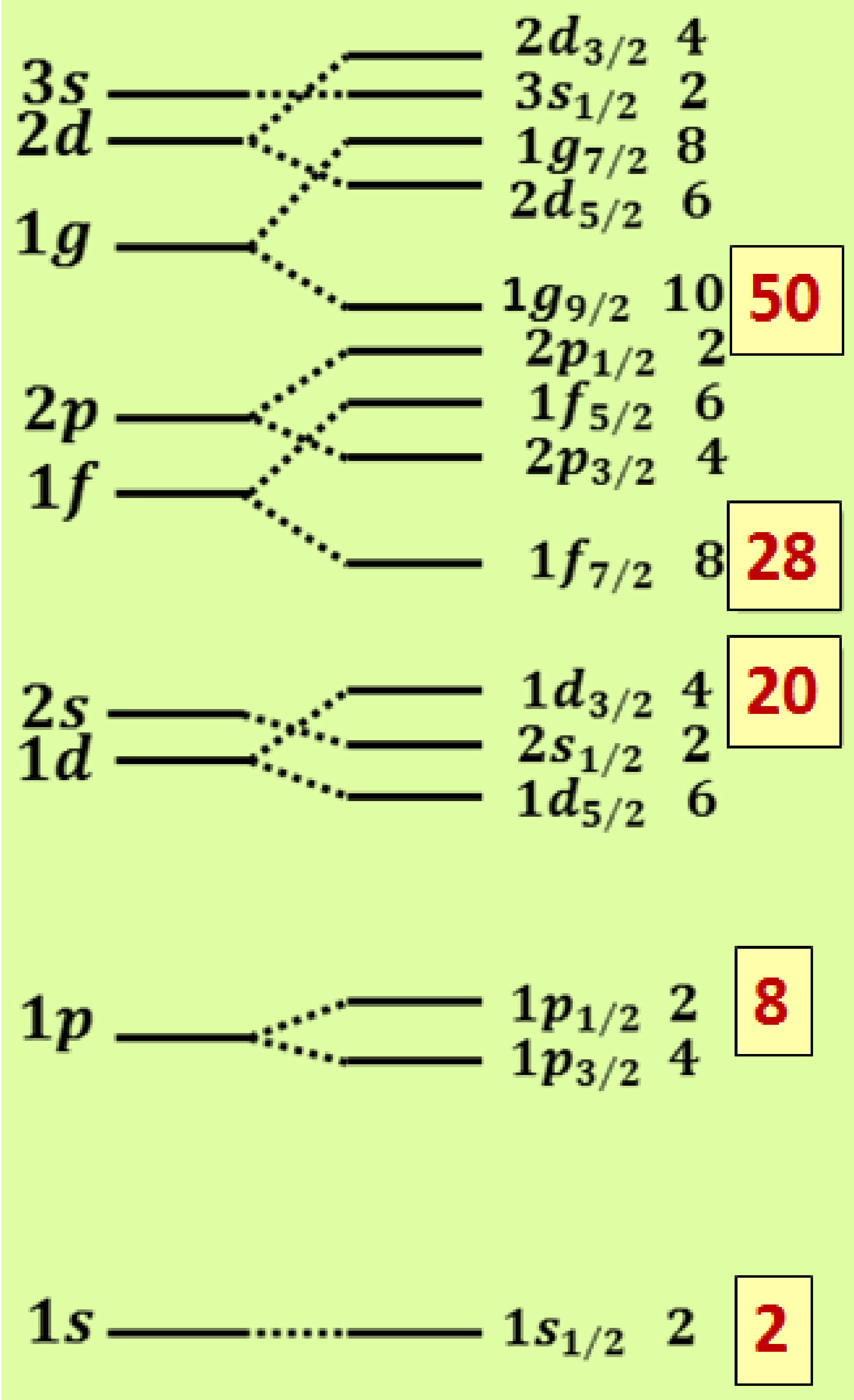

Потенциальная яма с ls-силами
Потенциальная яма без ls-сил
$\vec{l}$ $\vec{s}$
$j_2 = l - 1/2$
nl_{j_2}
nl
$j_{1,2} = l \pm 1/2$
Спин-орбитальное расщепление
nl_{j_1}
$j_1 = l + 1/2$
Простейший пример
$\vec{l}$ $\vec{s}$
$1p_{1/2}$
$1p$
$1p_{3/2}$
$j = 1 \pm 1/2 = 1/2\,,3/2$
l s

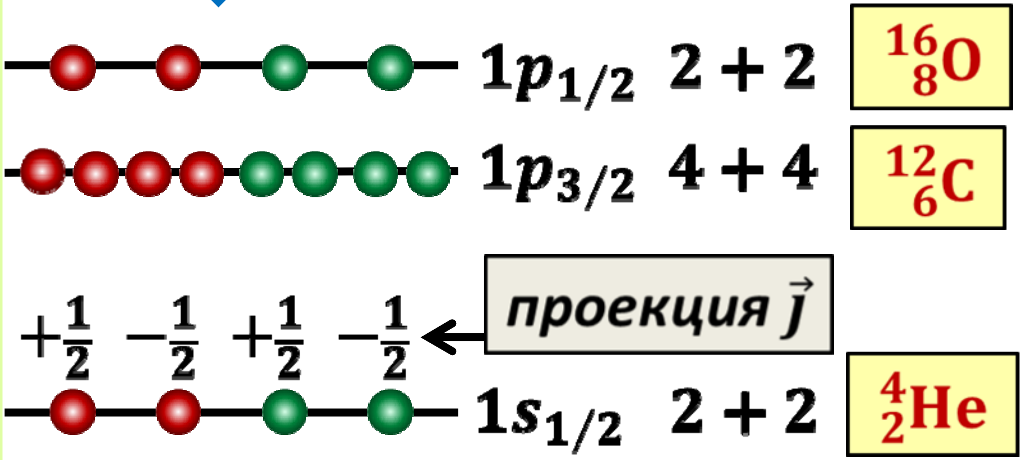
Диаграмма нижних нуклонных уровней (подоболочек) с учётом спин-орбитальных сил



Число нуклонов одного типа на подоболочке равно числу проекций вектора полного момента нуклона $\vec{j}$:

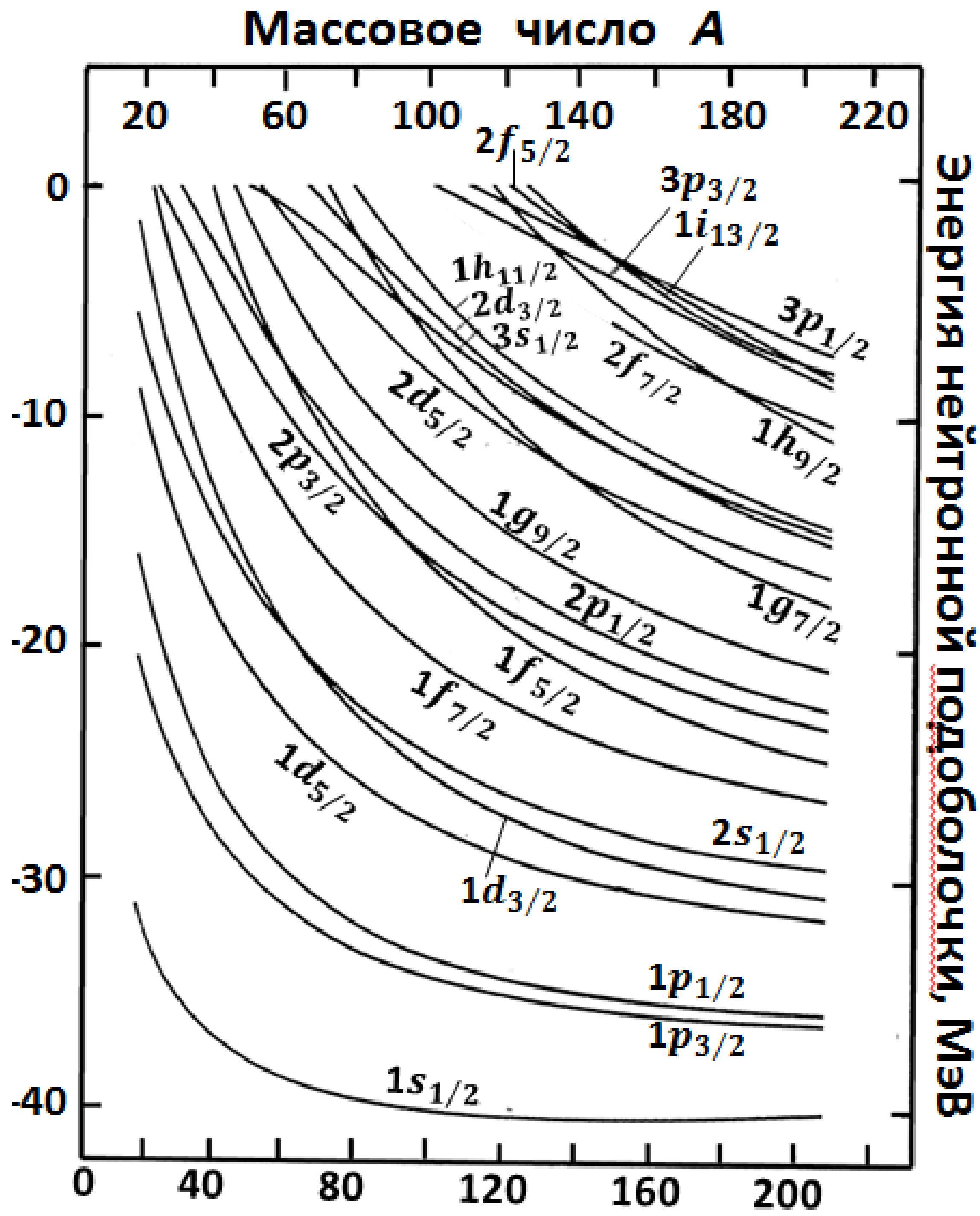
$$\nu_j = 2j + 1$$

Простейший пример – ядро $^{16}_{8}O$ в основном состоянии

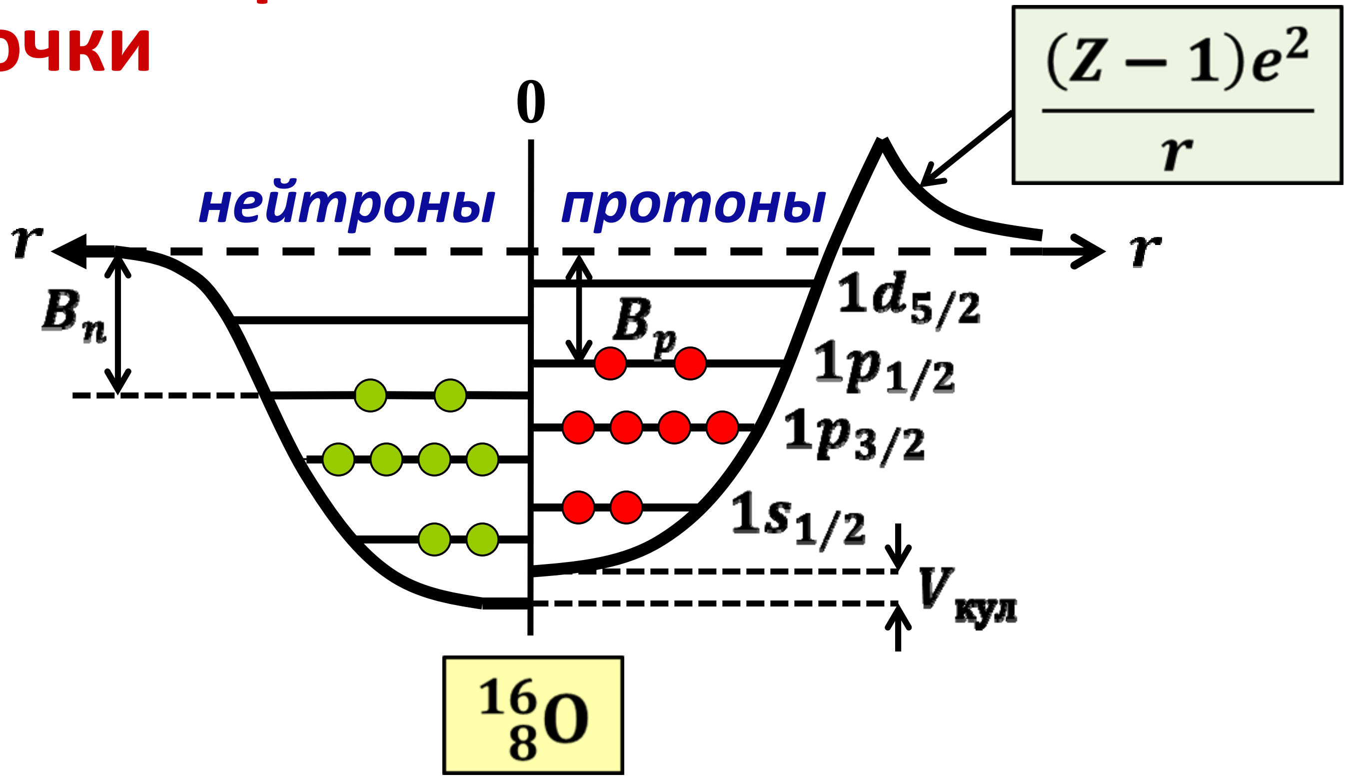


Зависимость энергии ядерных нейтронных подоболочек от числа нуклонов в потенциале Вудса-Саксона (C.J. Veja)

Расстояние между оболочками в потенциале гармонического осциллятора
$$\hbar\omega \approx 41 \cdot A^{-1/3}\text{МэВ}$$



Нейтронные и протонные подоболочки



Дважды магические ядра:

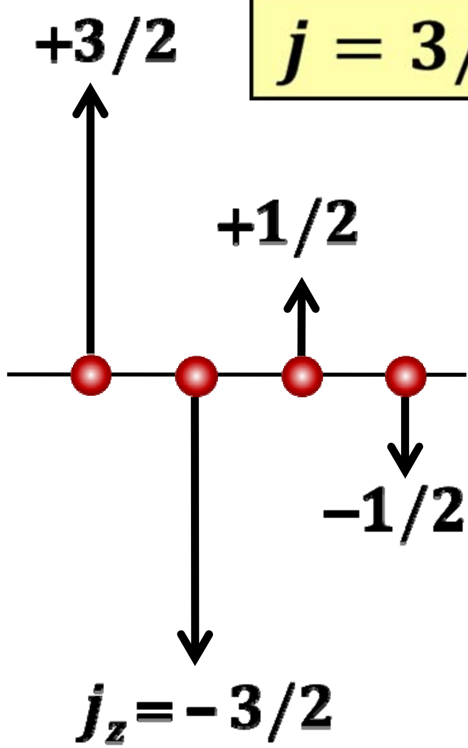
	$^{4}_{2}He$	$^{16}_{8}O$	$^{40}_{20}Ca$	$^{126}_{82}Pb$
Число нейтронов	2	8	20	126
Число протонов	2	8	20	82

Спин и чётность основных состояний ядер в одночастичной модели оболочек

1. Ядро с заполненными подоболочками:

На них нуклонами заняты состояния со всеми возможными проекциями полного момента $\vec{j}$ на выделенное направление (ось z). Каждому нуклону с проекцией $+j_z$ будет соответствовать нуклон с $-j_z$ и суммарный момент нуклонов на каждой подоболочке $\vec{J} = \vec{0}$. Чётность замкнутой подоболочки положительна, так как она содержит чётное число $(2j+1)$ нуклонов одной чётности.

$j = 3/2$



Итак, для ядер с замкнутыми подоболочками

$$J^P = 0^+$$

2. Один нуклон сверх заполненных подоболочек:

Остов заполненных подоболочек имеет спин-чётность 0^+. Поэтому J^P такого ядра полностью определяется полным моментом j и чётностью $p = (-1)^l$ нуклона сверх замкнутых подоболочек, где l – орбитальный момент внешнего нуклона. Таким образом, в рассматриваемом случае :

$$J^P = j^p = j^{(-1)^l},$$

3. Не хватает одного нуклона до заполнения подоболочки:

Ядро с «дыркой» в заполненной подоболочке также имеет

$$J^P = j^p = j^{(-1)^l},$$

где j, p и l относятся к отсутствующему нуклону.

Ядро с «дыркой» в заполненной подоболочке

Пусть полный и орбитальный моменты нуклона на такой подоболочке соответственно j и p. Обозначим момент и чётность подоболочки с «дыркой» J и P. Так как добавление нуклона в подоболочку замыкает её, имеем

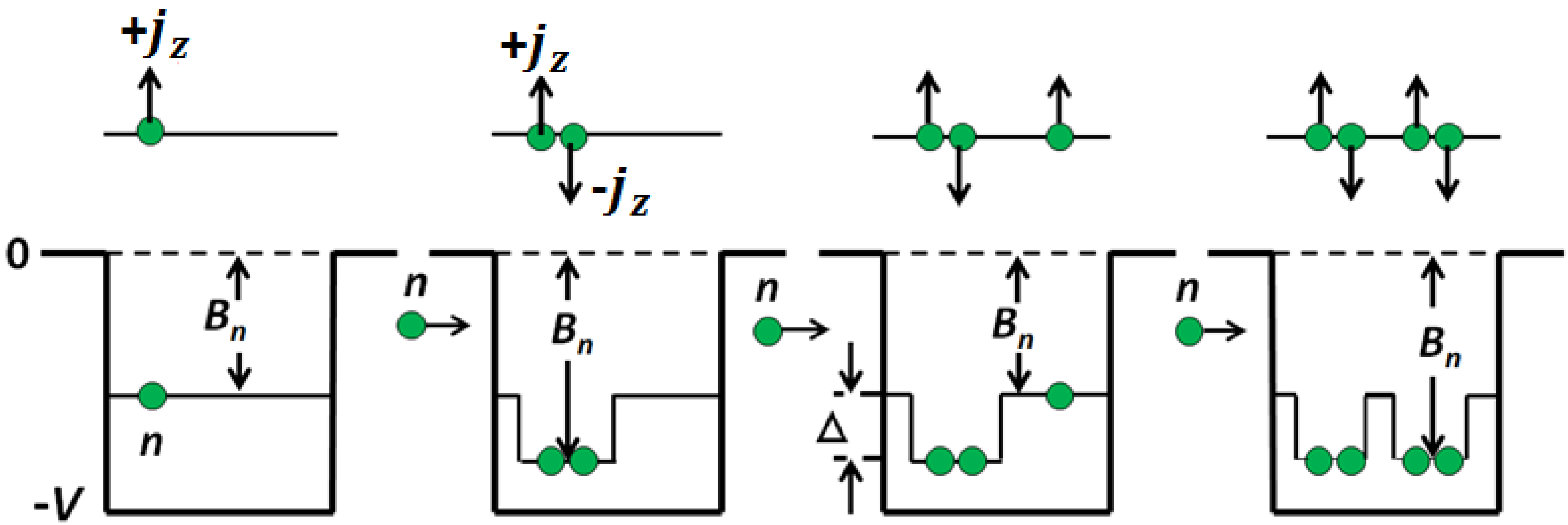
$$\vec{J} + \vec{j} = \vec{0} \qquad \text{и} \qquad J = j,$$

$$P \cdot p = +1 \qquad \text{и} \qquad P = p.$$

То-есть, для ядра с «дыркой» имеем те же правила нахождения спина и чётности основного состояния, что и для ядра с одним нуклоном сверх замкнутых подоболочек:

$$\boxed{J^P = j^p = j^{(-1)^l}}$$

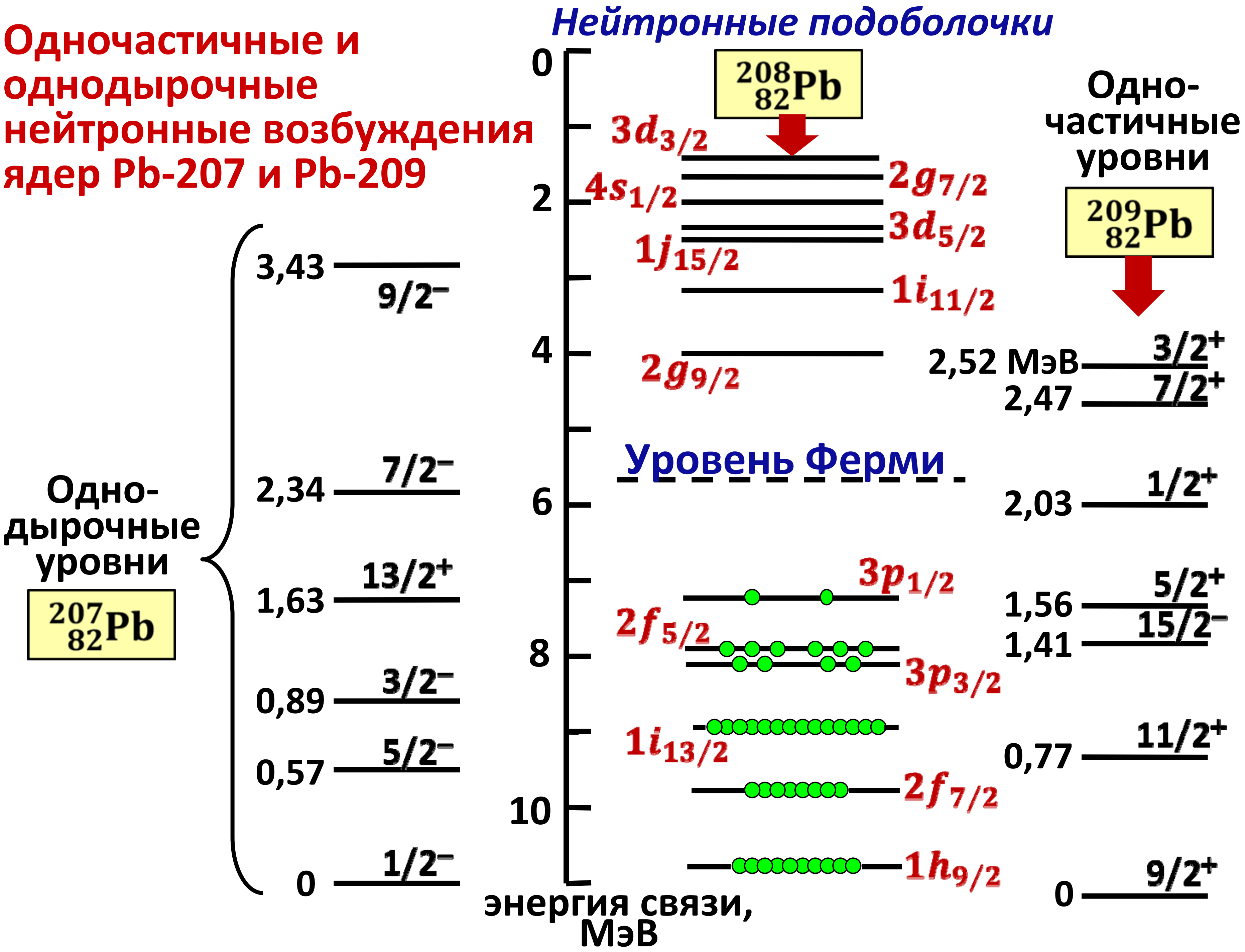
Учёт эффекта спаривания нуклонов в модели оболочек



В основном (и низколежащих) состояних ядра нуклоны одного типа на подоболочке объединяются в пары с противоположными по знаку j_z . Полный момент количества движения каждой такой пары протонов или нейтронов равен 0. Поэтому, если на подоболочке nl_j находится чётное число нуклонов каждого сорта, то все они объединены в пары (спарены) и подоболочка имеет $J = 0$. Если на подоболочке нечётное число нуклонов одного типа, то один из них не связан в пару и J подоболочки равен j этого неспаренного нуклона, т. е. $J = j$. Итак, в основном состоянии ядра имеем:

- **чётно-чётное ядро:** $J^P = 0^+$;
- **нечётное ядро:** $J = j, \quad P = (-1)^l$;
- **нечётно-нечётное ядро:** $|j_p - j_n| \le J \le j_p + j_n$, $P = (-1)^{l_p + l_n}$.

Одночастичные и однодырочные нейтронные возбуждения ядер Pb-207 и Pb-209



Заключительные замечания о ядерной модели оболочек

1

Рассмотренный вариант ядерной модели оболочек называют одночастичной моделью оболочек (ОМО). Это самый простой вариант модели оболочек. Он относится к сферическим ядрам (ядрам с заполненными оболочками и близкими к ним, в частности к магическим ядрам) и предполагает, что между нуклонами на подоболочках нет взаимодействий кроме сил спаривания. Всё взаимодействие между нуклонами в ядре сведено к их общей потенциальной яме.

2

Более сложный вариант модели оболочек, так называемая многочастичная модель оболочек (ММО), учитывает, что меж-нуклонные силы в ядре не исчерпываются общей для всех нуклонов потенциальной ямой. Есть некая добавка к этой одинаковой для всех нуклонов потенциальной яме, которая не может быть учтена этой ямой. Т.е. существует некое остаточное взаимодействие между нуклонами, принципиально не сводимое к общей потенциальной яме. В ММО делается попытка учесть это остаточное взаимодействие.

3

Большинство ядер несферические и к ним неприменима сферическая модель оболочек. Для несферических ядер разработана модель оболочек, учитывающая, что нуклоны в таких ядрах движутся в несферической потенциальной яме (Приложение 10 учебника).